
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Φυλλάδιο 6

1 Ευθεία

Άσκηση 1.1 Να βρεθεί η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(1, 0, 1)$ και είναι παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{a} = (1, 0, 0)$.

Άσκηση 1.2 Να βρεθεί ένα σημείο της ευθείας

$$(\varepsilon) : (2x + 3y + z - 5 = 0, 6x + 7y + 8z - 6 = 0)$$

καθώς και ένα διάνυσμα παράλληλο προς αυτή.

Άσκηση 1.3 Να βρεθούν οι διάφορες εξισώσεις της ευθείας

(α) που διέρχεται από το σημείο $A(1, 0, -2)$ και είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, 3, -5)$,

(β) που διέρχεται από τα σημεία $A(1, 2, 3)$ και $B(-2, 2, 4)$.

Άσκηση 1.4 Να βρεθεί η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $P_1(1, 2, 3)$, $P_2(4, 5, 6)$ καθώς και η ορθή προβολή της στο επίπεδο με εξίσωση $8x + 7y - 6z - 5 = 0$.

Άσκηση 1.5 Να βρεθεί το σημείο τομής των ευθειών (ε_1) και (ε_2) , όπου (ε_1) είναι ο Oy -άξονας και (ε_2) η ευθεία με αναλυτικές εξισώσεις $(3x = 2y - 2, 2x - z = 0)$.

Άσκηση 1.6 Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου $P(-1, 2, 0)$ ως προς το επίπεδο με αναλυτική εξίσωση $x + 2y - z + 1 = 0$.

Άσκηση 1.7 Να βρεθεί το συμμετρικό του σημείου $P(1, 1, 1)$ ως προς την ευθεία (ε) με εξίσωση

$$\frac{x - 1}{3} = \frac{y - 2}{8} = \frac{z - 3}{1}.$$

Στη συνέχεια βρείτε την απόσταση του P από την (ε) καθώς και την εξίσωση του επιπέδου που ορίζεται από την ευθεία (ε) και το σημείο P .

Άσκηση 1.8 Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(2, 2, 3)$, $B(6, 2, 3)$ και $C(2, 2, 6)$. Να βρεθούν οι εξισώσεις της εσωτερικής διχοτόμου της γωνίας $\angle BAC$. Στη συνέχεια να βρεθούν τα σημεία τομής των διαμέσων, των υψών και μεσοκαθέτων.

Άσκηση 1.9 Δίνονται τα σημεία $A(1, 1, 2)$ και $B(2, 0, -1)$. Να βρεθεί ένα σημείο M στην ευθεία (ε) με αναλυτικές εξισώσεις $(x = y = z)$ έτσι ώστε η γωνία $\angle AMB$ να είναι ορθή.

Άσκηση 1.10 Να βρεθεί η απόσταση του σημείου $P(1, 1, -2)$ από την ευθεία (ε) με αναλυτική εξίσωση $(2x - 4y - 3 = 0, y - 2z + 5 = 0)$.

Άσκηση 1.11 Να αποδείξετε ότι οι ευθείες

$$(\varepsilon_1) : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{3}$$

και

$$(\varepsilon_2) : \frac{x+2}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+3}{2}$$

είναι συμβατές και να βρεθεί το σημείο τομής A . Στη συνέχεια από το A να δώσετε ευθεία (ε) που είναι κάθετη στις (ε_1) και (ε_2) .

Άσκηση 1.12 Δίνονται οι ευθείες

$$(\varepsilon_1) : x = \frac{y-5}{3} = \frac{z+3}{2}$$

και

$$(\varepsilon_2) : x = \frac{y+7}{4} = \frac{y-10}{5}$$

καθώς και το σημείο $P(-3, 5, -9)$. Να βρείτε μια ευθεία (ε) που διέρχεται από το σημείο P και συναντά τις (ε_1) και (ε_2) .